

استاد : علی لطفی نژاد

همکلاسی

Hamkelasi.ir

مبحث : جزوه فصل هفتم ریاضی دهم



Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۳۹

فصل هفتم :

آمار و احتمال

- درس اول : احتمال یا اندازه گیری شانس
- درس دوم : مقدمه ای بر علم آمار ، جامعه و نمونه
- درس سوم : متغیر و انواع آن

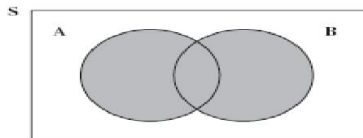
شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۰

درس اول : احتمال یا اندازه گیری شانس

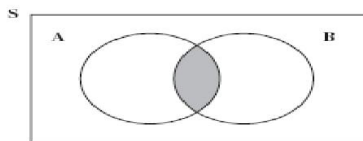
- آزمایش یا پدیده تصادفی: آزمایشی است که نتیجه آن معلوم نباشد
- فضای نمونه ای: مجموعه ای است که شامل تمام حالت های ممکن در یک آزمایش تصادفی باشد
- پیشامد تصادفی: هر نتیجه ممکن از فضای نمونه ای یعنی هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای را یک پیشامد گویند.
- اگر تعداد فضای نمونه $n(S)$ باشد تعداد پیشامد ها یعنی تعداد زیر مجموعه های S برابر است با $2^{n(S)}$

• پیشامد ها و برخی اعمال روی آنها

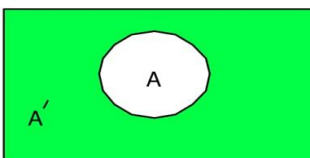


(۱) $A \cup B$: این پیشامد زمانی رخ می دهد که هر کدام از دو پیشامد

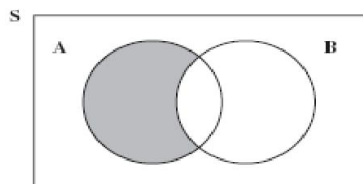
به تنهایی یا با هم رخ دهند.



(۲) $A \cap B$: این پیشامد زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد با هم رخ دهند.



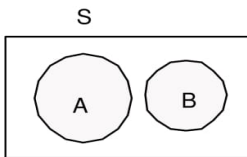
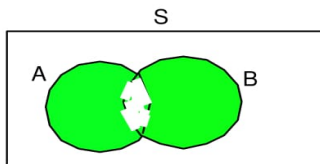
(۳) A' : این پیشامد زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ ندهد. (متمم)



(۴) $A - B$: این پیشامد زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد.

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۱



(۵) $(A - B) \cup (B - A)$: زمانی رخ می دهد که یا فقط A رخ دهد

یا B . (به آن تفاضل متقارن دو پیشامد هم می گوئیم)

(۶) اگر $A \cap B = \emptyset$ در این صورت دو پیشامد نا سازگار خواهند بود.

مثال (۱) یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم . مطلوب است :

(الف) فضای نمونه ای B (پیشامد A که تاس عدد اول و یاسکه رو بیاید.) پیشامد B که تاس عدد اول و سکه رو بیاید.

(د) پیشامد C که سکه پشت یا تاس مضرب 4 بیاید. $A' \cap B$ و $B' \cap C'$

(الف)

$$S = \{(ر, 1), (ر, 2), (ر, 3), (ر, 4), (ر, 5), (ر, 6), (پ, 1), (پ, 2), (پ, 3), (پ, 4), (پ, 5), (پ, 6)\}$$

(ب)

$$A = \{(ر, 1), (ر, 2), (ر, 3), (ر, 4), (ر, 5), (ر, 6), (پ, 2), (پ, 3), (پ, 5)\}$$

(ج)

$$B = \{(ر, 2), (ر, 3), (ر, 5)\}$$

(د)

$$C = \{(ر, 4), (پ, 1), (پ, 2), (پ, 3), (پ, 4), (پ, 5), (پ, 6)\}$$

(ه)

$$A' \cap B = B - A = \emptyset$$

(و)

$$B' \cap C' = (B \cup C)' = \{(ر, 1), (ر, 6)\}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۲

مثال ۲) دو تاس را با هم می ریزیم، مطلوب است :

الف) فضای نمونه ای . ب) پیشامد A که اعداد ظاهر شده مساوی باشند. ج) پیشامد B که اعداد ظاهر شده اول باشند.

د) پیشامد C که A رخ دهد ولی B رخ ندهد. ه) پیشامد D که مجموع اعداد رو شده برابر با ۸ باشد.

و) پیشامد E که حاصل ضرب اعداد رو شده برابر با ۱۵ شود. ز) $D \cap E$

(الف)

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), \dots, (1,6) \\ (2,1), (2,2), \dots, (2,6) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ (6,1), (6,2), \dots, (6,6) \end{array} \right\}$$

(ب)

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

(ج)

$$B = \{(2,2), (2,3), (2,5), (3,2), (3,3), (3,5), (5,2), (5,3), (5,5)\}$$

(د)

$$C = A - B = \{(1,1), (4,4), (6,6)\}$$

(ه)

$$D = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (4,4)\}$$

(و)

$$E = \{(3,5), (5,3)\}$$

(ز)

$$D \cap E = E$$

۳) سکه ای را به هوا پرتاب می کنیم اگر رو بیاید یک تاس می اندازیم و اگر پشت بیاید سکه را دو بار دیگر پرتاب می کنیم مطلوب

است :

الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که سکه یک بار رو بیاید. ج) پیشامد B که سکه حداقل دو بار پشت بیاید.

د) پیشامد $A \cap B'$ ه) پیشامد این که نه A رخ دهد و نه B .

(الف)

$$S = \left\{ (ر, 1), (ر, 2), (ر, 3), (ر, 4), (ر, 5), (ر, 6), (ر, ر), (پ, ر), (پ, پ), (ر, پ), (پ, پ, پ) \right\}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۳

(ب)

$$A = \{(د, 1), (د, 2), (د, 3), (د, 4), (د, 5), (د, 6), (پ, د, پ), (پ, پ, پ, د)\}$$

(ج)

$$B = \{(پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ, د)\}$$

(د)

$$A \cap B' = A - B = \{(د, 1), (د, 2), (د, 3), (د, 4), (د, 5), (د, 6)\}$$

(ه)

$$A' \cap B' = (A \cup B)' = \{(پ, د, د)\}$$

تمرین

(۱) یک تاس را پرتاب می کنیم و به تعداد رقم رو شده در تاس سکه پرتاب می کنیم فضای نمونه ای حاصل از این آزمایش چند عضوی است ؟

(۲) اعداد 1,2,3,4,5,6 بر روی ۶ مهره یکسان نوشته شده اند اگر دو مهره را با هم بیرون بیاوریم احتمال آن را بیابید که مجموع اعداد این دو مهره مضرب ۳ باشد .

(۳) در پرتاب دو تاس می دانیم جمع دو عدد رو شده کمتر از ۱۰ است . احتمال آن را بیابید که هر دو عدد رو شده فرد باشند .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۴

۴) سکه ای را آنقدر پرتاب می کنیم تا بریا چهارمین بار رو بیاید تعداد حالاتی را که در ۱۱ پرتاب به این منظور می رسمیم را بیابید .

۵) برای انجام مسابقه ای ۴ نفر از گروه ریاضی و ۶ نفر از گروه تجربی داوطلب شده اند . اگر به طور تصادفی ۴ نفر از بین آنان انتخاب شوند با کدام احتمال تعداد افراد انتخابی در این دو گروه متفاوتند ؟

۶) بر روی یک تاس اعداد ۱ و ۱ و ۱ و ۲ و ۳ نوشته شده است . احتمال آن را بیابید که در پرتاب دو تاس مجموع سه ظاهر شود ؟

۷) اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار دادن ارقام متمایز ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ به وجود آید احتمال این که عددزوج باشد را بیابید .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۵

۸) از بین مجموعه اعداد متوالی $101, 102, \dots, 250$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم احتمال آن را بیابید که لااقل بر یکی از اعداد 4 یا 5 بخش پذیر باشد .

۹) در جعبه ای 4 مهره سفید 3 مهره سیاه و 2 مهره قرمز وجود دارد به تصادف 3 مهره از آن بیرون می آوریم احتمال آن را بیابید که فقط یکی از مهره ها سفید باشد .

۱۰) در یک کیسه 5 مهره سفید و 7 مهره سیاه موجود است 2 مهره از کیسه خارج می کنیم احتمال آن را بیابید که این دو مهره هم رنگ نباشند .

۱۱) در طرفی شش مهره را با شماره های 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 ریخته شده اند دو مهره را با هم بیرون می آوریم احتمال آن را بیابید که این دو مهره متوالی باشند .

۱۲) در کیسه ای 5 مهره آبی 4 مهره سیاه و 3 مهره قرمز موجود است اگر سه مهره از کیسه خارج کنیم احتمال آن را بیابید که حداکثر دو مهره از مهره های خارج شده با هم هم رنگ باشند .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۶

۱۳) اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار گرفتن ارقام متمایز ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ به وجود آید احتمال اینکه این عدد زوج باشد کدام است

1. $\frac{3}{8}$
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{3}{5}$
4. $\frac{5}{8}$

۱۴) یکی از مقسوم علیه های عدد ۴۵۰۰۰ را به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد زوج باشد چقدر است ؟

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{3}{8}$
3. $\frac{1}{2}$
4. $\frac{1}{4}$

۱۵) از ۴ دانش آموز سال اول و ۵ دانش آموز سال دوم ۶ نفر به تصادف برای شرکت در یک اردو انتخاب شده اند. احتمال آن که ۲ نفر از سال اول و ۴ نفر از سال دوم انتخاب شوند کدام است؟ (سراسری ۹۱ ریاضی)

1. $\frac{3}{14}$
2. $\frac{2}{7}$
3. $\frac{5}{14}$
4. $\frac{3}{7}$

۱۶) در یک خانواده ۴ فرزند با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است ؟

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۷

• درس دوم :مقدمه ای بر علم آمار ،جامعه و نمونه

تعریف آمار و علم آمار :

آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود.

❖ جامعه آماری:

به مجموعه ای از اشیا که می خواهیم اطلاعاتی درباره آنها به دست آوریم جامعه آماری گوئیم .

• اندازه جامعه: به تعداد اعضای جامعه ،اندازه ی جامعه گوئیم .

• آمار گیری

به کلیه فعالیت هایی و روش هایی که برای جمع آوری داده ها به کار می رود .

• سر شماری :جمع آوری اطلاعات از تمام افراد جامعه .

• نمونه گیری :جمع آوری اطلاعات از بخشی از جامعه .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۸

- تعداد اعضای نمونه را اندازه ی نمونه می گوئیم.
- ❖ یک نمونه چه خصوصیتی باید داشته باشد
- ۱. نمونه باید طوری انتخاب شود که نمایانگر خصوصیات جامعه باشد.
- ۲. اعضای نمونه باید به طور تصادفی انتخاب شوند یعنی هر یک از اعضای جامعه امکان حضور در آن را داشته باشد .
- ۳. هر چه اندازه ی جامعه بزرگ تر شوند ، یعنی هر یک از اعضای جامعه امکان حضور در آن را داشته باشد .
- ۴. هر چه اندازه ی جامعه بزرگ تر باشد اندازه ی نمونه نیز باید بزرگ تر باشد .
- ۵. قبل از انتخاب نمونه نتوانیم با اطمینان در مورد حضور یا عدم حضور عده ای در نمونه قضاوت کنیم .

تمرین

۱) تفاوت آمار و علم آمار را بنویسید .

۲) کدام یک از موارد زیر مهم ترین قسمت آمار محسوب می شود ؟

۱) جمع آوری اطلاعات ۲) موضوع مورد مطالعه ۳) تفسیر اطلاعات ۴) مدل نمونه گیری

۳) برای انتخاب یک نمونه تصادفی مناسب کدام یک از عملیات زیر لازم نیست ؟

۱) هر عضوی امکان حضور در نمونه را داشته باشند ۲) شانس اعضا برای حضور در نمونه یکسان باشد

۳) برای انتخاب اعضای نمونه باید با اعضای جامعه مشورت کنیم ۴) اعضای نمونه باید همگی افراد تحصیل کرده باشند .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۴۹

۴) می خواهیم ضریب هوشی دانش آموزان سال دهم را در کشور بررسی کنیم. بدین منظور از میان تمام آنها که فرض می کنیم ۱۰۰۰۰۰ نفر هستند از هر مدرسه یک نفر را انتخاب می کنیم تا ۱۰۰۰ نفر گرد هم آیند بهد از اندازه گیری های تخصصی معلوم می شود که میانگین آنان عدد ۱۲۰ است. در این مثال جامعه و نمونه و اندازه های آنان و متغیر و مقدارش را بیابید .

درس سوم: متغیر و انواع آن

❖ متغیر تصادفی:

مشخصه ویژه ای از یک جامعه آماری که مورد مطالعه قرار می گیرد را متغیر تصادفی گوئیم.

۱. **متغیر کمی:** این متغیرها با عدد بیان می شوند .
 - **متغیر کمی پیوسته:** بین هر دو عدد می توان عدد دیگری یافت. (قابل اندازه گیری هستند)
 - **متغیر کمی گسسته:** متغیر کمی که پیوسته نباشند. (قابل شمارش هستند)
۲. **متغیر کیفی:** این متغیرها با عدد بیان نمی شوند و قابل اندازه گیری و شمارش نیستند، بلکه قابل توضیح یا وصف هستند .
 - **متغیر کیفی ترتیبی:** در این نوع متغیرها نوعی ترتیب مطرح است .
 - **متغیر کیفی اسمی:** در این نوع متغیرها ترتیب مطرح نیست.

👉 تقسیم بندی متغیرها را در نمودار زیر ببینید.



Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۵۰

تمرین

- (۱) رنگ مورد علاقه و طول شاهراه های کشور ایران به ترتیب از راست به چپچه نوع متغیر هایی هستند ؟
- (۱) کیفی ترتیبی - کمی پیوسته (۲) کیفی اسمی - کمی پیوسته (۳) کیفی ترتیبی - کمی گسسته (۴) کیفی اسمی - کمی گسسته
- (۲) گروه خونی افراد کدام نوع متغیر است ؟ (سراسری تجربی ۹۰)
۱. کیفی - اسمی
 ۲. کیفی - ترتیبی
 ۳. کمی - پیوسته
 ۴. کمی - گسسته
- (۳) قطر تنه درختان یک باغ کدام نوع متغیر است ؟ (انسانی ۹۳)
۱. کمی پیوسته
 ۲. کمی گسسته
 ۳. کیفی ترتیبی

(۴) جدول زیر متغیر های دانش آموزان را نشان می دهند. مانند نمونه جدول را کامل کنید .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۵۱

متغیر اسمی	متغیر ترتیبی	متغیر پیوسته	متغیر گسسته	متغیر کیفی	متغیر کمی	متغیرهای دانش آموزان
		×			×	سن
						نمرهٔ ریاضی نهم
						جنسیت (دختر و پسر)
						قد
						وزن
	×			×		میزان هوش (هوش بالا، متوسط، پایین)
						میزان رضایت در مدرسه (بسیار، متوسط، ضعیف)
						شاخص تودهٔ بدن

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد